

Chers collègues,

vous trouvez dans ce document les analyses a priori, les réponses et les attributions des points rédigées par les membres du Groupe Problème qui conçoivent les épreuves.

Parfois, l'attribution des points a été modifiée par les correcteurs de la 2^e épreuve.

Leurs commentaires et modifications apparaissent en vert.

La correction d'un problème est un travail conséquent et j'en profite pour remercier vivement les collègues qui ont consacré plusieurs heures à cette tâche. Il se peut que vous considériez que votre classe a été « mal notée » pour un problème. Merci de garder à l'esprit que ce concours doit rester une activité ludique et mathématique et de ne nous contacter qu'en cas de « grande injustice ». Toutefois, comme du temps du RMT, sauf en cas d'erreur avérée, nous n'accepterons pas de modifier les points attribués. Merci de votre compréhension.

Bonne chance aux élèves qui vont en finale et rendez-vous à l'année prochaine pour les autres.

Pour le comité, Daniel Sauthier

PS : Nous avons besoin de renforts ! Si vous avez envie de rejoindre la groupe problème ou si vous avez rédigé des problèmes qui conviendraient pour un futur rallye, n'hésitez pas à vous manifester : info@rallye-mathematique-romand.ch

1. Quelle richesse (5^e)

Cindy a 700 francs.

Elle a uniquement des billets de 50 francs et de 100 francs.

Elle a 10 billets en tout.

Combien de billets de 50 francs et combien de billets de 100 francs a-t-elle ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

Exemples de démarches possibles :

- Partir de la somme de 700 francs en billets de 100 francs, puis échanger plusieurs fois un billet de 100 francs contre deux billets de 50 francs de manière à obtenir 10 billets ;
- Partir de 10 billets de 50 francs, puis échanger plusieurs fois deux billets de 50 francs contre un billet de 100 francs jusqu'à obtenir une somme totale de 700 francs ;
- Faire un certain nombre d'essais et les ajuster.
- ...

Corrigé :

4 billets de 100 francs et 6 billets de 50 francs.

Attribution des points :

- | | |
|-------|---|
| 4 pts | Réponse correcte avec vérification* et présence d'éléments permettant de comprendre la démarche utilisée. |
| 3 pts | Réponse correcte sans explication suffisante pour comprendre la démarche mais avec une vérification* de la réponse obtenue. |
| 2 pts | Réponse correcte sans explication ni vérification*. |
| 1 pt | La somme est correcte mais pas le nombre de billets ou le nombre de billets est correct mais pas la somme. |
| 0 pt | Autre réponse. |

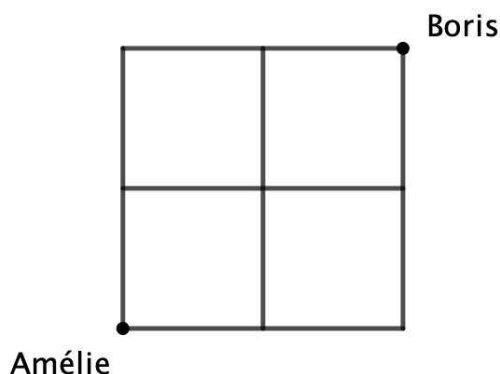
*exemple de vérification : $50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 100 + 100 + 100 + 100 = 700$

2. Amélie et Boris (5^e, 6^e)

Amélie rend souvent visite à Boris.

Quand Amélie va chez Boris, elle suit les lignes dessinées sur le plan.

Amélie choisit toujours un parcours qui est le plus court possible.



Dessinez ou expliquez clairement tous les chemins différents qu'Amélie peut suivre.

Exemples de démarches possibles :

Chercher méthodiquement les différents chemins pour éviter les oublis et les doublons.
Pour indiquer les différents chemins :

- dessiner chaque chemin avec une couleur différente ;
- dessiner chaque chemin sur un plan différent ;
- choisir un code (par exemple en numérotant chaque bifurcation) et l'utiliser pour coder chaque chemin.

Corrigé :

Liste des chemins ou dessins des chemins

A – 1 – 2 – 5 – B

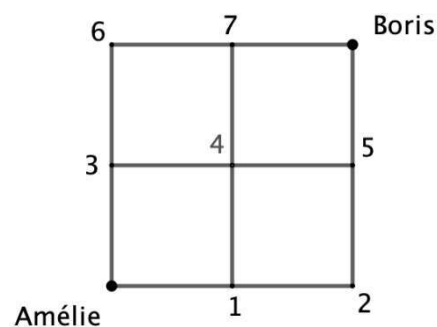
A – 1 – 4 – 5 – B

A – 1 – 4 – 7 – B

A – 3 – 6 – 7 – B

A – 3 – 4 – 5 – B

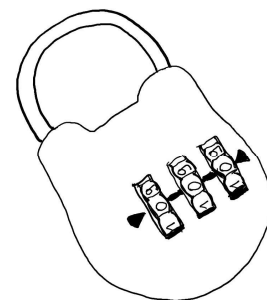
A – 3 – 4 – 7 – B

**Attribution des points**

- | | |
|-------|---|
| 4 pts | Présence des 6 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 4 segments. <i>Y compris sans l'indication "il y a 6 chemins" pas demandée.</i> |
| 3 pts | Présence de 5 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 4 segments. <i>Ou 6 chemins "à deviner" (tous sur un seul dessin sans couleurs).</i>
Présence des 6 chemins corrects, dessinés ou notés, avec présence d'un seul doublon ou d'un seul chemin de plus de 4 segments. |
| 2 pts | Présence de 3 ou 4 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 4 segments.
Présence de 5 ou 6 chemins corrects, dessinés ou notés, avec présence de doublons et/ou de chemins de plus de 4 segments. |
| 1 pt | Présence de 2 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 4 segments.
Présence de 3 ou 4 chemins corrects, dessinés ou notés, avec présence de doublons et/ou de chemins de plus de 4 segments. |
| 0 pt | Présence de moins de 2 chemins corrects. |

3. Le code du cadenas (5^e, 6^e)

Samuel a trouvé un cadenas et pour l'ouvrir, il doit mettre le bon code composé de 3 chiffres. Il a de la chance parce qu'il a aussi trouvé l'indice suivant :



Dans le code, les seuls chiffres qui peuvent être utilisés sont le 1, le 6 et le 8.

Samuel a déjà testé les codes suivants :

618 816 116 868 111 681

Aucun de ces codes n'a fonctionné. Samuel décide alors d'écrire tous les autres codes possibles avant de les essayer les uns après les autres.

Combien de codes Samuel a-t-il écrits ?

Écrivez tous les codes que Samuel peut essayer en plus des six qu'il a déjà testés, et expliquez comment vous les avez trouvés.

Exemples de démarches possibles :

Comprendre qu'il n'y a que trois chiffres possibles.

Comprendre que l'on peut utiliser plusieurs fois le même chiffre dans un code.

Corrigé

Il y a 21 codes possibles, différents de **ceux déjà testés**.

111	116	118	161	166	168	181	186	188
611	616	618	661	666	668	681	686	688
811	816	818	861	866	868	881	886	888

Attribution des points :

4pts Réponse correcte (21) avec explication complète

3pts Réponse (21) avec explication incomplète ou oubli d'un code (20) avec explication complète

Ou réponse (27) avec oubli d'enlever les 6 codes déjà testés.

2pts Réponse (21) sans explication

Réponse (20) avec explication incomplète

Réponse entre 14 et 19 avec explication

1pt Réponse entre 14 et 19 sans explication ou réponse entre 8 et 13 avec explication

0pt Incompréhension ou moins de 8

Un bonus pourrait être accordé, par exemple, pour une résolution comportant une liste systématique des codes.

4. Construction d'un mur (5^e, 6^e, 7^e)

Arthur construit un mur de briques.
Il a déjà posé une première rangée de briques.

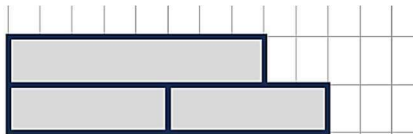


Arthur a des briques de 3 longueurs différentes qu'il ne peut pas couper.

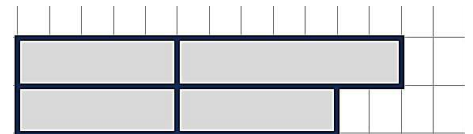


Il décide d'utiliser au maximum 2 sortes de briques par rangée.
Les briques ne doivent pas dépasser du mur mais remplir exactement une rangée.
Pour des raisons de solidité, les joints verticaux ne doivent jamais être alignés.

OUI

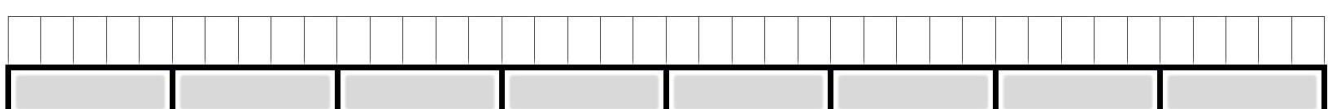
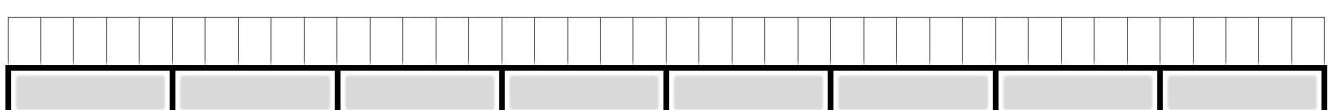
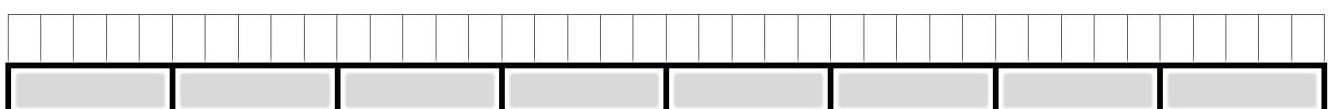
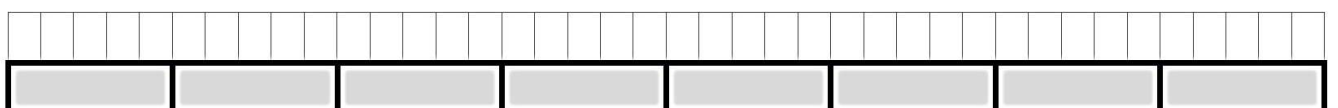
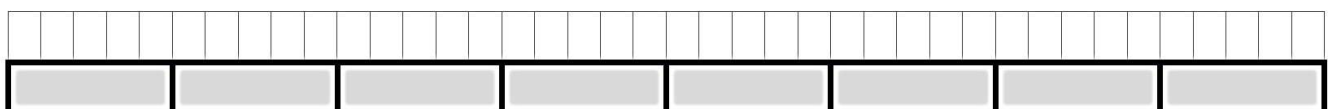
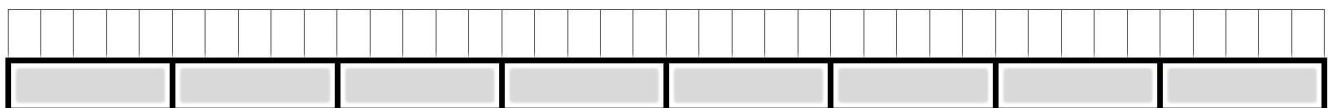
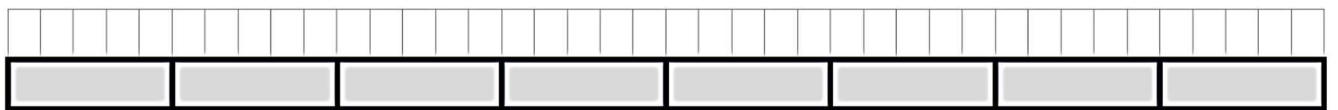


NON



De combien de manières différentes peut-il construire la deuxième rangée de briques en utilisant au maximum 2 sortes de briques ?

Dessinez toutes les solutions.



Exemples de démarches possibles :

- Se rendre compte que la longueur du mur est de 40 unités et que les briques mesurent 5 (A), 7 (B) ou 8 (C) unités.
- Se rendre compte que l'on ne peut pas poser une brique A de 5 unités en premier ou en dernier sur une rangée, car alors les joints verticaux seraient alignés. De même en posant une brique de 7 unités puis une de 8 unités les joints verticaux seraient alignés.
- Calculer avec les nombres 5, 7 et 8, pris éventuellement plusieurs fois une somme qui donne 40. Constaté que l'on peut trouver 40 avec les calculs suivants :
 $40 = 8 \times 5$ unités (ne convient pas en raison des alignements) ou $40 = 5 \times 8$ unités ou $40 = 5 \times 7$ unités + 1×5 unités ou $40 = 2 \times 7$ unités + 2×8 unités + 2×5 unités (ne convient pas, car 3 sortes de briques sont utilisées).

Dessinez les diverses manières d'arranger les briques pour les deux calculs qui conviennent :

BABBBB, BBABBB, BBBABB, BBBBAB, CCCCC

Attribution des points :

- 4 pts Réponse : 5 manières différentes avec le dessin clair des 5 solutions.
- 3 pts Réponse : 6 manières différentes avec le dessin des 5 solutions correctes mais en plus la présence d'un doublon ou d'une solution erronée (par exemple ne respectant pas le non-alignement des joints).
Réponse : 4 manières différentes avec le dessin de 4 solutions correctes sans doublon ni solution erronée.
- 2 pts Réponse : 4 manières différentes avec le dessin des 4 solutions correctes avec en plus la présence d'un doublon ou d'une / plusieurs solutions erronées (par exemple ne respectant pas le non-alignement des joints).
Réponse : 3 manières différentes avec le dessin de 3 solutions correctes sans doublon ni solution erronée (*y compris avec doublon ou erreur*).
- 1 pt Réponse : 2 (ou 1) manière(s) différente(s) avec le dessin d'1 ou 2 solutions(s) correcte(s) avec présence ou non d'erreurs.
- 0 pt Incompréhension du problème.

5. Les trois cachettes (6^e, 7^e, 8^e)

Panache l'écureuil a réparti 39 noisettes dans 3 cachettes différentes.

Il se dit :

« Dans la cachette n°1, j'ai mis 4 noisettes de plus que dans la cachette n°2.

Dans la cachette n°3, j'ai mis 2 fois moins de noisettes que dans la cachette n°2. »

Combien de noisettes y a-t-il dans chaque cachette ?

Expliquez clairement comment vous avez trouvé votre solution.

Exemples de démarches possibles :

- Comprendre que dans la cachette 2 il y a un nombre pair de noisettes, (puisqu'il y a en a 2 fois moins dans la 3), dans la cachette 1 aussi (nombre pair + 4) et donc dans la cachette 3 un nombre impair (une somme de 3 nombres pairs ne peut donner 39). Puis, par tâtonnements, examiner les possibilités et vérifier que le total soit de 39.
- Chercher le petit nombre impair qui ajouté à son double et à son double + 4 donne 39.
 $3 + 10 + 14 = 27$; $7 + 14 + 18 = 39$
- ...

Corrigé :

cachette n° 1 : 18 noisettes

cachette n° 2 : 14 noisettes

cachette n° 3 : 7 noisettes

Attribution des points :

- | | |
|-------|--|
| 4 pts | Réponse correcte, avec procédure complète ou tableau permettant de comprendre la démarche utilisée qui justifie les nombres trouvés. |
| 3 pts | Réponse correcte avec procédure incomplète, par exemple une simple vérification du total par addition ($7 + 14 + 18$). |
| 2 pts | Réponse correcte mais sans aucune explication, ou réponse avec erreur de calculs, en arrivant à un total de 39 noisettes. |
| 1 pt | Début de démarche correcte, mais sans arriver à un total de 39 noisettes, ou alors un total de 39 noisettes mais qui ne respecte pas la répartition. |
| 0 pt | Incompréhension du problème. |

Beaucoup de solutions correctes sans démarches systématiques ou sans même indiquer plusieurs essais.

Ces élèves n'ont pas compris ce que veut dire : "Expliquez comment vous avez trouvé la solution".

6. Pas de chance (7^e, 8^e)

Un village a organisé une semaine de fête sur le thème du Moyen Âge pour célébrer son 800^e anniversaire. Les organisateurs ont distribué un billet de tombola à chaque visiteur. Les billets étaient numérotés de 1000 à 4000.

Le gagnant de la tombola avait le billet portant le numéro 2861. Samuel n'a pas gagné. Il a regardé son billet et a constaté qu'il avait les 4 mêmes chiffres que le gagnant mais dans un ordre différent.

Combien de personnes ont pu faire le même constat que Samuel ?
Expliquez clairement comment vous avez trouvé votre solution.

Exemples de démarches possibles :

Comprendre qu'il n'y a que quatre chiffres possibles.
Comprendre que l'on ne peut pas utiliser plusieurs fois le même chiffre dans un nombre.
Comprendre que les numéros doivent commencer par 1 ou par 2.
Comprendre que seules 10 autres personnes ont pu faire le même constat que Samuel.

Corrigé

Il y a 10 autres personnes qui ont pu faire le même constat que Samuel.

1268	1286	1628	1682	1826	1862
2168	2186	2618	2681	2816	(2861)

Attribution des points :

- 4pts Réponse correcte (10) avec explication complète
- 3pts Réponse (11), ne tenant pas compte du fait que Samuel ou le gagnant ne font pas partie des personnes qui font le même constat, avec explication complète ou réponse (10), avec explication incomplète ou réponse (9), avec oubli d'un code et explication complète
- 2pts Réponse (10) ou (11) sans explication, ou 2 oublis avec explication complète, ou réponse (12), sans tenir compte du fait que Samuel et le gagnant ne font pas partie des personnes qui font le même constat
- 1pt Début de recherche menant à minimalement 7 numéros de billets
- 0pt Incompréhension ou moins de 7 numéros de billets

Un bonus pourrait être accordé, par exemple, pour une résolution comportant une liste systématique.

*Pour différencier les problèmes à 2 pts et à 3 pts,
dans un cas où la réponse était 11 personnes, il fallait que le nombre 2861 ou le "gagnant"
soit mentionné quelque part et biffé ou mentionné comme déjà utilisé.*

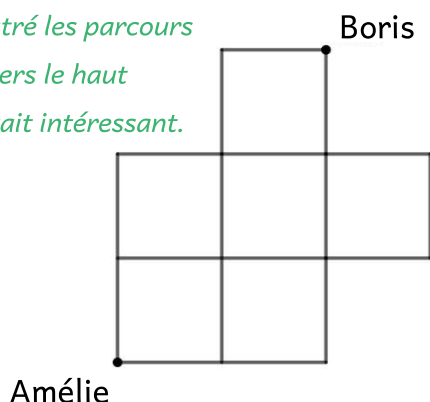
7. Amélie et Boris (7^e, 8^e)

Amélie rend souvent visite à Boris.

Quand Amélie va chez Boris, elle suit les lignes dessinées sur le plan.

Amélie choisit toujours un parcours qui est le plus court possible.

Certaines classes ont illustré les parcours en indiquant des flèches vers le haut ou vers la droite: ce qui était intéressant.



Certain(e)s enseignant(e)s ont préparé des feuilles avec des photocopies du schéma, ce qui aide un peu trop les élèves par rapport aux autres.

Indiquez clairement tous les chemins différents qu'Amélie peut suivre.

Exemples de démarches possibles :

Chercher méthodiquement les différents chemins pour éviter les oublis et les doublons. Pour indiquer les différents chemins,

- Dessiner chaque chemin avec une couleur différente ;
- Dessiner chaque chemin sur un plan différent ;
- Choisir un code (par exemple en numérotant chaque bifurcation) et l'utiliser pour coder chaque chemin.

Corrigé :

Liste ou dessin des chemins

A - 1 - 2 - 5 - 9 - B

A - 1 - 4 - 8 - 9 - B

A - 3 - 4 - 5 - 9 - B

A - 3 - 4 - 8 - 11 - B

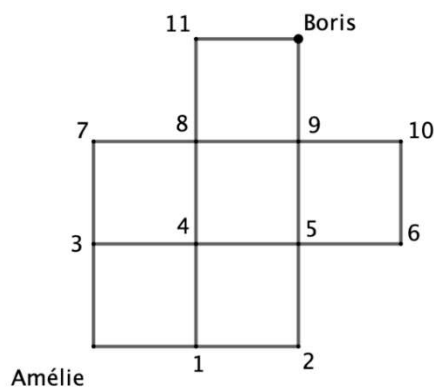
A - 3 - 7 - 8 - 11 - B

A - 1 - 4 - 5 - 9 - B

A - 1 - 4 - 8 - 11 - B

A - 3 - 4 - 8 - 9 - B

A - 3 - 7 - 8 - 9 - B

**Attribution des points :**

- 4 pts Présence des 9 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 5 segments.
- 3 pts Présence de 7 ou 8 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 5 segments.
Présence de 10 chemins, dont les 9 chemins corrects (dessinés ou notés) et d'un doublon ou d'un chemin de plus de 5 segments.
- 2 pts Présence de 4, 5 ou 6 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 5 segments.
Présence de 7, 8 ou 9 chemins corrects, dessinés ou notés, avec présence de doublons et/ou de chemins de plus de 5 segments.
- 1 pt Présence de 2 ou 3 chemins corrects, dessinés ou notés, sans doublon ni chemin de plus de 5 segments.
Présence de 4, 5 ou 6 chemins corrects, dessinés ou notés, avec présence de doublons et/ou de chemins de plus de 5 segments.
- 0 pt Présence de moins de 2 chemins corrects.

8. Les moutons (7^e, 8^e, 9^e)*D'une manière générale, peu d'explications.*

100 moutons sont placés dans 5 enclos.

Une classe a justifié sa non réussite

Dans les enclos 1 et 2, il y a 52 moutons en tout.

par le fait qu'un loup avait dévoré

Dans les enclos 2 et 3, il y a 43 moutons en tout.

un mouton et que c'est pour cela

Dans les enclos 3 et 4, il y a 34 moutons en tout.

qu'on ne pouvait répartir que 99 moutons

Dans les enclos 4 et 5, il y a 30 moutons en tout.

au lieu de 100.

Combien de moutons y a-t-il dans chaque enclos ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre solution.

Exemple de démarches possibles :

- Isoler un des enclos (le 1, le 3 ou le 5) pour pouvoir trouver le nombre total de moutons dans les 4 autres enclos.
Exemple : enclos 1+2 et 3+4 = 86 moutons. $100 - 86 = 14$ moutons dans l'enclos 5.
Travailler ensuite par soustractions successives.
- Utilisation de matériel (jetons, ...) pour effectuer la répartition.
- Choisir un nombre de moutons pour l'enclos 1, ajustez les effectifs des autres enclos en fonction du nombre choisi pour l'enclos 1 et vérifier qu'il y a 100 moutons :

Enclos 1	Enclos 2	Enclos 3	Enclos 4	Enclos 5	Total
20	32	11	23	7	93
Ajuster					
21	31	12	22	8	94

Constater qu'en ajoutant un mouton dans l'enclos 1, on augmente de 1 le total.

Ajouter 6 moutons dans l'enclos 1 pour obtenir la solution.

Corrigé :

enclos 1 : 27 moutons

enclos 2 : 25 moutons

enclos 3 : 18 moutons

enclos 4 : 16 moutons

enclos 5 : 14 moutons

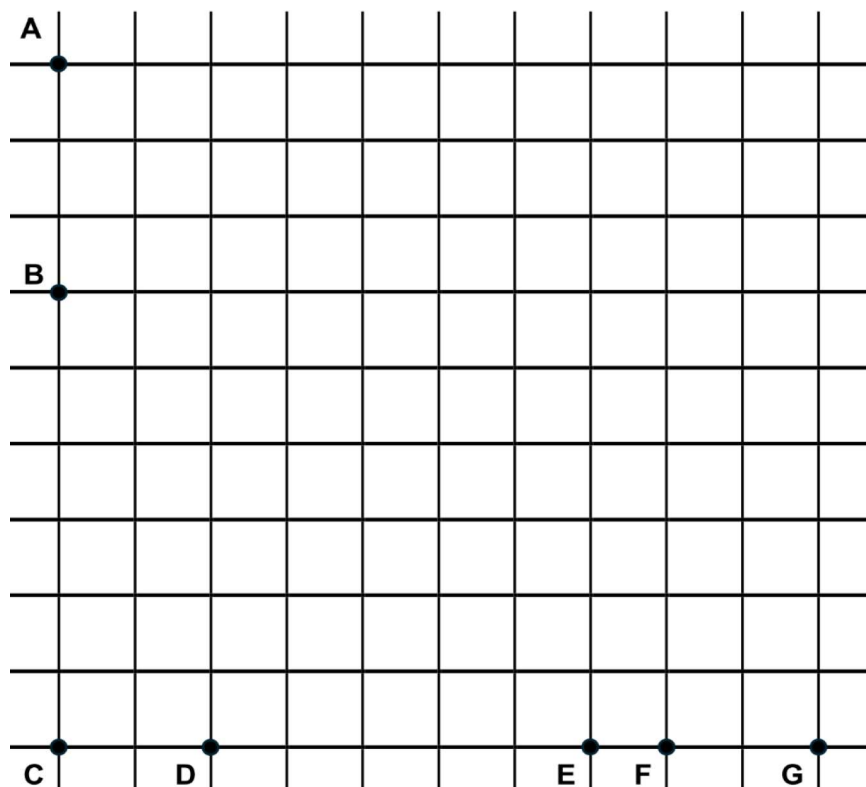
Attribution des points :

- 4 pts Réponse correcte avec le nombre de moutons pour chaque enclos et avec procédure complète (schéma, dessin, calculs, explications de la répartition...). *solution correcte démontrant la compréhension de devoir exclure l'un des enclos au départ en regroupant par exemple les enclos 1+2 et 3+4 afin de calculer la différence à 100 et d'obtenir l'enclos 5*
- 3 pts Réponse partielle : le total de 100 moutons est respecté, mais seuls 3 enclos ont le bon nombre de moutons (erreurs de calcul) et procédure complète, ou réponse correcte avec démarche incomplète. *ou solution correcte obtenue par ajustements successifs explicites, recherche détaillée par essais/erreurs ou comme pour 4 pts mais avec 1 erreur de calcul ou 1 étape oubliée*
- 2 pts Réponse correcte pour 3 ou 4 enclos, mais sans arriver à un total de 100 moutons ou réponse correcte sans démarche. *ou solution correcte mais non justifiée ou justifiée de manière incompréhensible ou «brouillonne»*
- 1 pt Début de démarche correcte avec réponse correcte pour 1 ou 2 enclos. Traces d'additions de 5 nombres respectant les sommes données pour chaque duo d'enclos mais dont la somme ne vaut pas 100 (par ex. $31+21 = 52$; $21+22 = 43$; $22+12 = 34$; $12+18 = 30$ mais $31+21+22+12+18 = 104$). *démarche calculatoire correcte, cohérente et justifiée, mais en ayant pris par erreur 26 pour les enclos 1 et 2 ou démarche expliquée dont les totaux des enclos pris 2 à 2 sont corrects mais où le total erroné à +1/- 1 mouton*
- 0 pt Incompréhension du problème. *(souvent par l'emploi de la division et non vérification du nombre total de moutons)*

9. Fils de couleur (8^e, 9^e, 10^e)

Sur une planche en bois, quadrillée en cm², Antoine a planté 7 clous comme indiqué sur le schéma ci-dessous. Son amie Janine décide de relier ces clous par des fils de couleurs. Elle utilise la même couleur pour relier des clous qui sont à la même distance.

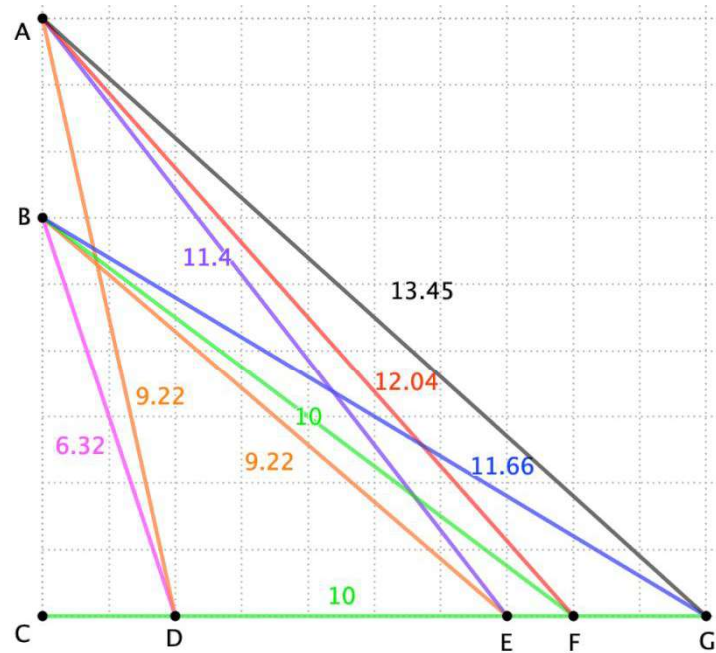
De combien de couleurs de fils aura-t-elle besoin pour relier deux à deux tous ces clous ?



Expliquez clairement comment vous avez trouvé votre solution.

Exemples de démarches possibles :

- Observer qu'il y a 21 façons de relier 7 points entre eux :
A avec B, C, D, E, F et G, puis B avec C, D, E, F et G, etc...
Donc $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$.
- Réaliser que plusieurs clous sont séparés par les mêmes distances :
 $CD = FG = 2$ $AB = EG = 3$ $BC = DG = 6$ $CF = DG = 8$
- Utiliser la relation de Pythagore (ou des mesures précises) pour réaliser que deux paires de distances sont aussi isométriques :
 $CG = BE (\sqrt{100}) = 10$ $AD (\sqrt{85}) = BE (\sqrt{85}) = 9,2$
- Établir une liste des distances différentes entre les clous :
Sur les horizontales et les verticales :
1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm et 10 cm (9 couleurs)
En reliant les clous A et B avec les clous D, E, F et G :
 $BD = 6,3$ cm / $AD = BE = 9,2$ cm / $AE = 11,4$ / $BG = 11,7$ / $AF = 12$
 $AG = 13,5$ et observer que $BE = 10$ cm, sera de la même couleur que CG (donc 6 couleurs)
- En conclure qu'il y a 15 distances différentes entre les clous et donc 15 couleurs de fils différentes.

**Attribution des points :**

- 4 pts Réponse correcte (15 couleurs de fils) avec explications claires et complètes.
- 3 pts Réponse correcte avec explications incomplètes.
Réponse 14 ou 16 couleurs de fils (avec un doublon ou oubli d'une distance) avec explications claires.
- 2 pts Réponse correcte sans explication.
Réponse entre 10 et 21 couleurs, avec début d'explications.
- 1 pt Réponse entre 10 et 21 couleurs, sans explication.
Début de démarche correcte, avec présence d'au moins une distance entre les points A, B et D, E, F ou G.
Mention et utilisation de la relation de Pythagore.
- 0 pt Incompréhension du problème.

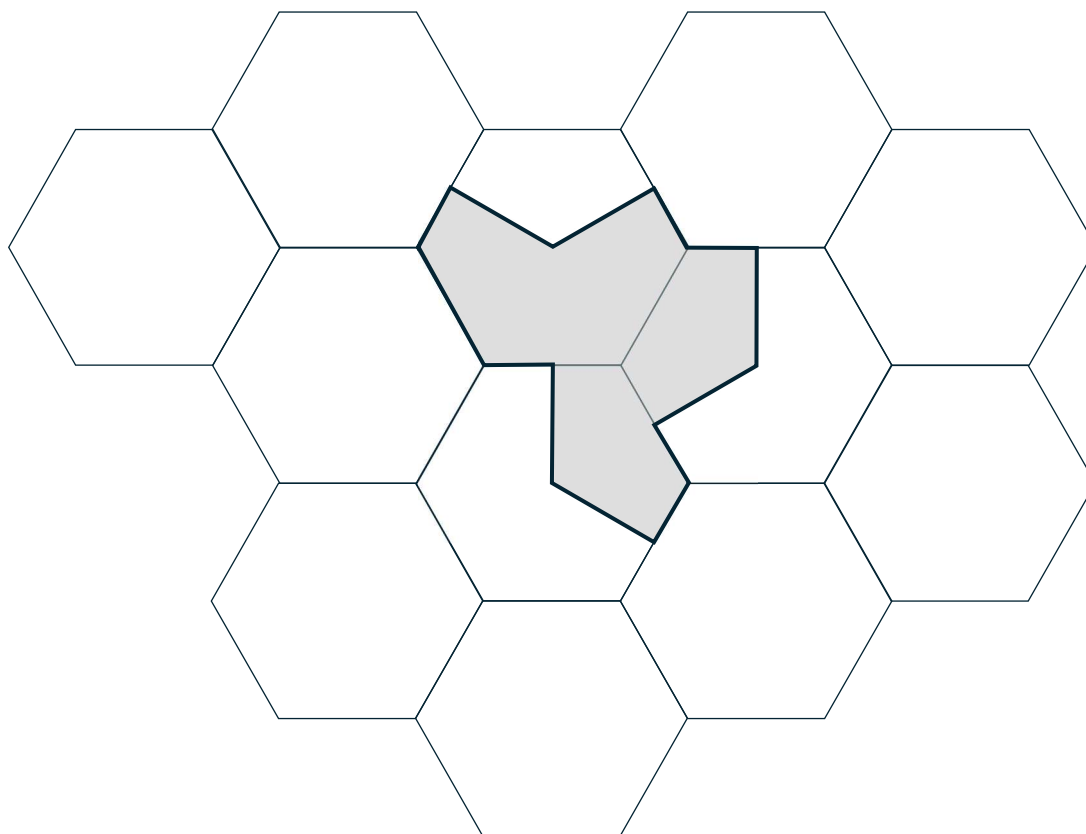
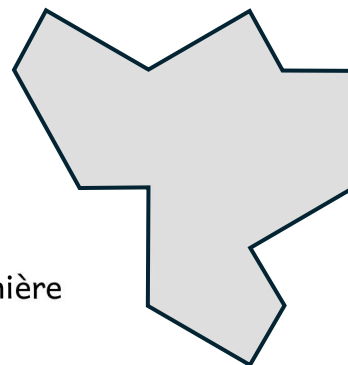
*Certaines classes avaient la bonne réponse (15 couleurs)
mais leur démarche comportait des erreurs et c'est donc par un heureux hasard
qu'elles obtiennent la bonne réponse.
Ces classes n'ont donc pas obtenu 4 points mais 1 ou 2 points.*

10. Le chapeau d'Ein Stein (9^e, 10^e)

Avec la pièce appelée « chapeau d'Ein Stein » on peut paver entièrement le plan.

Cette pièce est construite sur un pavage du plan avec des hexagones réguliers.

Sur la figure ci-dessous, construisez le plus de pièces possibles entièrement sur les hexagones proposés de sorte à obtenir de manière précise un pavage avec des chapeaux d'Ein Stein.

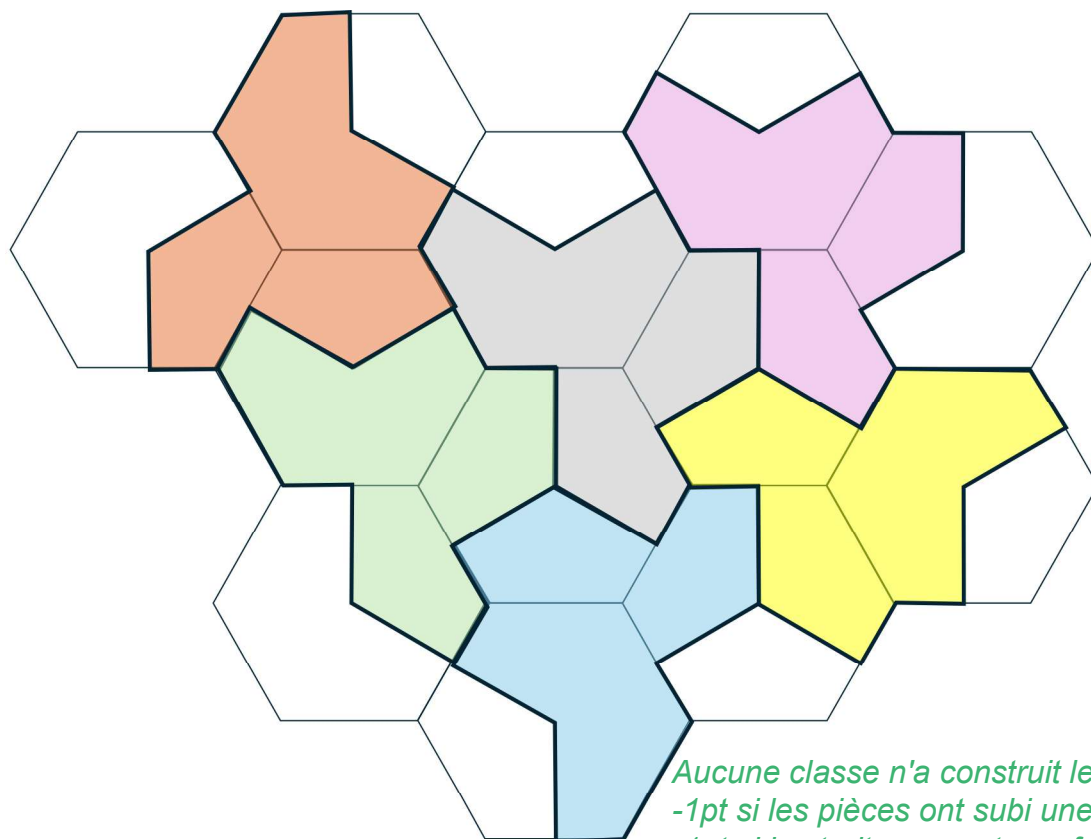


Corrigé

On peut ajouter 4 chapeaux entièrement construits sur les hexagones.

Il faut observer que les sommets des « chapeaux » sont soit des sommets, soit des milieux de côté, soit des centres des hexagones.

Une solution possible.



Aucune classe n'a construit les pièces
-1pt si les pièces ont subi une symétrie axiale
-1pt si les traits ne sont pas faits à la règle

Attribution des points :

- 4 pts** ~~Construction précise de 5 pièces avec la construction des milieux des côtés et des centres des hexagones.~~ *Dessin*
- 3 pts** ~~Construction peu précise de 4 pièces sans la construction des milieux des côtés et des centres des hexagones.~~ *Dessin*
- ~~Construction précise de 3 pièces avec la construction des milieux des côtés et des centres des hexagones.~~ *Dessin*
- 2 pts** ~~Construction peu précise de 3 pièces sans la construction des milieux des côtés et des centres des hexagones.~~
- ~~Construction précise de 2 pièces avec la construction des milieux des côtés et des centres des hexagones.~~ *Dessin*
- 1 pt** ~~Construction peu précise de 2 pièces sans la construction des milieux des côtés et des centres des hexagones.~~ *ou*
- ~~Construction précise de 1 pièce avec la construction des milieux des côtés et des centres des hexagones.~~
- 0 pt** ~~Construction erronée.~~ *Dessin erroné*

11. Fake news (9^e, 10^e)

Un élève de l'école des « Galopins » a fait passer une fausse information mentionnant que les congés de chaleur seraient désormais appliqués dès le dépassement d'une température de 35°C.

On découvre rapidement que le coupable de cette fausse information est l'un des élèves suivants : Donald, Mickey ou Picsou.

Donald dit : « Ce n'est pas moi ! »

Mickey prétend : « C'est Picsou ! »

Picsou proteste : « C'est Donald ! »

Sachant qu'un seul des élèves a dit la vérité et que les deux autres ont menti, aidez la directrice de l'école à déterminer quel élève a menti.

Expliquez clairement comment vous avez trouvé votre solution.

Exemples de démarches possibles :

- Partir de l'hypothèse que le coupable est :
Donald... donc Donald et Mickey mentent, tandis que Picsou dit la vérité
Mickey... donc Mickey et Picsou mentent, tandis que Donald dit la vérité
Picsou... donc Picsou serait le seul menteur, donc impossible

En conclure que le coupable peut être Donald ou Mickey mais que le menteur est assurément Mickey.

- Partir de l'hypothèse que l'élève qui dit la vérité est :
Donald... donc Mickey est le coupable
Mickey... et qu'il y a une contradiction sur le coupable :
Donald selon Donald et Picsou selon Mickey
Picsou... donc Donald est le coupable

En conclure que le coupable peut être Donald ou Mickey mais que le menteur est assurément Mickey.

Attribution des points :

- | | |
|-------|---|
| 4 pts | Réponse correcte (Mickey est le menteur) avec explications claires et complètes, mentionnant tous les cas de figures. |
| 3 pts | Réponse correcte (Mickey est le menteur) avec explications peu claires ou incomplètes.
Réponse inadéquate (le coupable peut être Donald ou Mickey) avec explications claires et complètes.
<i>soit ils parlent de deux menteurs dont au moins Mickey /
soit ils disent qu'il y a deux coupables qui sont Donald et Mickey</i> |
| 1 pt | Début de raisonnement explicite mais inachevé.
<i>1 coupable identifié (soit Mickey, soit Donald) avec explications peu précises</i> |
| 0 pt | <i>réponse fausse ou pas fait ou</i> incompréhension du problème |

12. Multicubes (9^e, 10^e)

Camille a reçu une boîte de multicubes.

Pour les compter, elle les a rangés en piles de 3 cubes et a obtenu plus de 36 piles complètes, sans reste.

En enlevant un multicube de la boîte, elle aurait pu former des piles complètes de 4 cubes, sans reste.

En enlevant deux multicubes de la boîte, elle aurait pu former des piles complètes de 5 cubes, sans reste.

En enlevant trois multicubes de la boîte, elle aurait aussi pu former des piles complètes de 6 cubes, toujours sans reste, mais il y aurait eu alors moins de 36 piles.

Combien de cubes contient la boîte complète ?

Combien y a-t-il de solutions ?

Expliquez clairement comment vous avez trouvé vos réponses.

**Exemples de démarches possibles :**

- Constaté que $36 \cdot 3 = 108$ et $36 \cdot 6 = 216$, donc le nombre n de cubes de la boîte est entre 108 et 216.
Constaté que si le nombre n est un multiple de 3 et que le nombre $n - 1$ est un multiple de 4 et $n - 3$ un multiple de 6, alors n doit être impair.
Constaté que si n est un multiple de 3, alors $n - 2$ est un multiple de 5, qui finit par 5, car n est impair.
Calculer alors quelle(s) séquence(s) de 4 nombres vérifient toutes les conditions : 114 à 117, 124 à 127, 134 à 137, 144 à 147, 154 à 157, 164 à 167, 174 à 177, 184 à 187, 194 à 197, 204 à 207.
- Établir la liste des multiples de 3, des multiples de 4 « +1 » et des multiples de 5 « +2 » ; trouver que 57 est le premier nombre qui se trouve dans les trois listes. Le prochain sera $57 + \text{ppmc}(3, 4, 5)$, donc $57+60=117$; $117+60=177$; $177+60=237$ (qui ne convient pas car $237 > 216$).

Attribution des points :

- 4 pts Réponse correcte (117 ou 177 cubes : 2 solutions), avec explication claire et complète de la démarche : en particulier vérification que 117 et 177 sont des multiples de 3, plus grands que $36 \cdot 3 = 108$; 116 et 176 des multiples de 4 ; 115 et 175 des multiples de 5 ; 114 et 174 des multiples de 6, plus petits que $36 \cdot 6 = 216$. Il faut aussi montrer qu'il n'y a pas d'autres solutions.
- 3 pts Réponse correcte (117 et 177 cubes), avec explication peu claire ou incomplète de la démarche : par exemple il manque une vérification pour un des multiples ou il n'y a pas les deux bornes (108 et 216) du nombre de cubes.
Explication claire sans montrer qu'il n'y a pas d'autres solutions.
- 2 pts Réponse correcte (117 et 177 cubes), sans explication.
Une réponse correcte avec explication claire de la démarche.
Une des réponses erronées, car un seul des critères a été oublié : par exemple 207 serait un multiple de 3, 205 un multiple de 5 et 204 un multiple de 6, mais 206 n'est pas un multiple de 4.
- 1 pt Une des réponses correctes sans explication.
Réponses fausses ou inexistantes avec un début de recherche correct.
- 0 pt Incompréhension du problème

13. La grande voile (9^e, 10^e)

Justine prépare la course du Vendée Globe.

On lui présente un projet de la grande voile pour son bateau, représenté ci-contre.

Cette grande voile est constituée de deux triangles :

l'un rouge, isocèle en **R**, l'autre bleu, isocèle en **B**.

Un des côtés de chacun de ces triangles est aligné sur le mât.

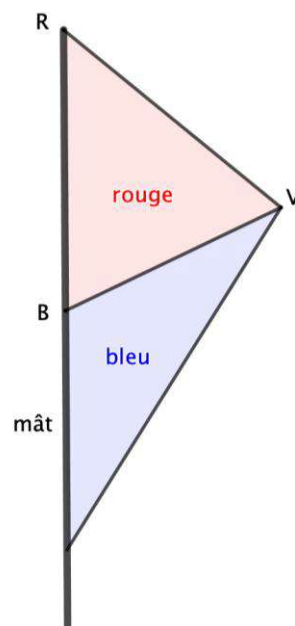
Justine veut que cette grande voile soit, elle aussi, un triangle isocèle en **V**.

Ce n'est malheureusement pas le cas de ce projet.

Réalisez avec précision un dessin à l'échelle de la grande voile qui respecte toutes les conditions de Justine.

Les segments **BR** et **RV** doivent mesurer chacun 6 cm.

Expliquez clairement comment vous avez trouvé votre solution.

**Exemples de démarches possibles :**

- Dessiner un triangle isocèle. Juxtaposer un autre triangle lui aussi isocèle sur un de ses côtés.

Vérifier que le triangle formé des deux premiers soit un triangle isocèle.

- Essayer des triangles isocèles dont les angles soient différents et trouver celui qui répond le mieux aux conditions posées après des essais/erreurs successifs. Réaliser cela avec précision.

- Utiliser l'algèbre en nommant un des angles inconnus α , puis écrire chacun des autres angles de la figure en fonction de α .

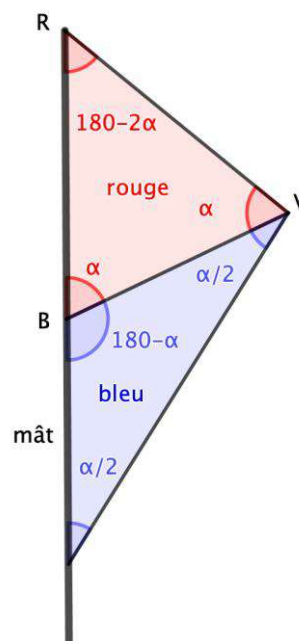
Poser une équation afin de déterminer la mesure de l'angle α qui respecte toutes les conditions. Par exemple, ci-contre :

$$180 - 2\alpha = \frac{\alpha}{2}$$

Résoudre l'équation et déterminer les angles des triangles.

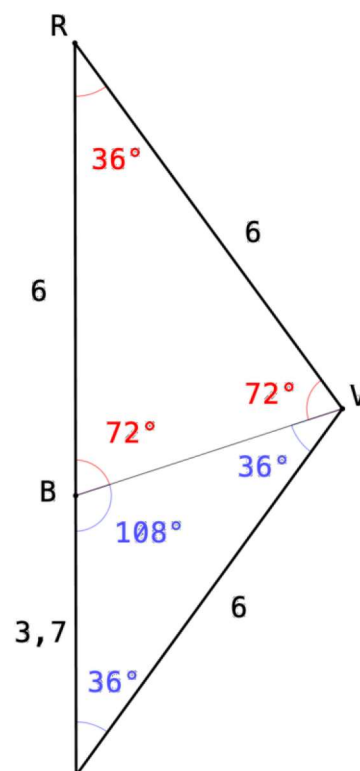
$$\alpha = 72^\circ$$

- Dessiner les triangles avec précision.



Corrigé à l'échelle pour les correcteurs.

Une imprécision de 1 mm (ou de 1 degré) est tolérée.



Attribution des points :

- 4 pts Dessin correct et précis avec explication complète mentionnant les exemples ayant amené à la réponse.
Dessin correct et précis mentionnant une résolution algébrique correcte et complète.
- 3 pts *Dessin correct et précis, avec ou sans explication*
- 2 pts *Deux triangles isocèles sur trois, dont un avec deux côtés de 6 cm.*
Réalisation d'au moins deux essais complets respectant les conditions $BR = BV = 6$ cm et alignement des côtés des triangles sur le mât sans pour autant que la grande voile forme un triangle isocèle.
Résolution algébrique comportant une erreur, suivie d'un dessin cohérent.
- 1 pt *Un triangle isocèle, deux côtés de 6 cm, avec une grande voile tracée.*
en R respectant la condition $BR = BV = 6$ cm ou début de résolution algébrique avec identification de l'inconnue et expression correcte des trois angles en fonction de l'inconnue dans au moins un triangle.
- 0 pt Incompréhension du problème.

14. Course en binôme (10^e)

Maude et Kylian participent à une course en binôme, ce qui signifie qu'ils doivent franchir ensemble la ligne d'arrivée.

Ils font en sorte de rester ensemble tout au long du parcours. Pourtant, à un moment donné du parcours, Kylian décide d'accélérer sa course afin de prendre un peu d'avance sur Maude et s'offrir 5 minutes de pause.

Tandis que Maude poursuit sa course à une vitesse de 6 km/h, Kylian fonce à une vitesse de 9 km/h. En mathématicien amateur, il s'arrête exactement après avoir parcouru la distance nécessaire pour avoir les 5 minutes de pause souhaitées avant que Maude ne le rejoigne.

Quelle est la distance parcourue par Kylian à la vitesse de 9 km/h.

Expliquez clairement comment vous avez trouvé votre solution.

Exemples de démarches possibles :

Calculer la distance que Maude va parcourir durant les 5 minutes de répit de Kylian :

$$6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{5}{60} \text{ h} = 0,5 \text{ km}$$

- Réaliser un tableau de proportionnalité indiquant les distances parcourues par les coureurs et permettant d'obtenir une différence de distance de 0,5 km.

minutes	60	1	5	10	...
km (Maude)	6	0,1	0,5	1	...
km (Kylian)	9	0,15	0,75	1,5	...

Utiliser l'algèbre, avec t = durée (min) à 9 km/h pour Kylian :

$$9 \cdot \frac{t}{60} = 6 \cdot \frac{t}{60} + 0,5 \quad 3 \cdot \frac{t}{60} = 0,5 \quad t = 10 \text{ min}$$

Conclure que la distance parcourue par Kylian doit être de 1,5 km.

Les résultats montrent une grande variation, la majorité se situant soit à 4 points, soit à 0 point. Cela soulève la question : ce thème a-t-il été abordé dans certaines écoles et pas dans d'autres ?

Attribution des points :

- 4 pts Réponse correcte (1,5 km) avec explications claires et complètes.
- 3 pts Réponse correcte (1,5 km) avec explications peu claires ou incomplètes.
Réponse fausse ou absente mais présence des 10 minutes que Kylian doit courir à 9 km/h pour prendre assez d'avance, avec explications claires et complètes.
- 2 pts Réponse correcte (1,5 km) sans explications.
Réponse fausse ou absente mais présence des 10 minutes que Kylian doit courir à 9 km/h pour prendre assez d'avance, avec ou sans explications.
- 1 pt Présence de la distance de 0,5 km que Maude va parcourir durant les 5 minutes de répit de son partenaire.
Début de raisonnement correct.
- 0 pt Incompréhension du problème.